

ВЛИЯНИЕ НА СКОРОСТЬ ВИБРОТРАНСПОРТИРОВАНИЯ ПРИ ГРОХОЧЕНИИ ИЗМЕНЕНИЯ ТОЛЩИНЫ СЛОЯ СЫПУЧЕГО МАТЕРИАЛА

Розроблено математичну модель вібротранспортування шару сипучого матеріалу перемінної висоти. Інерційні властивості шару моделюються зосередженою масою, запізнювання початку етапу польоту коефіцієнтом опору відриву, а диссипація в польоті – в'язким тертям. Ідентифікація виконується по фазах відриву і падіння шару.

INFLUENCE ON VIBRATION TRANSPORTATION SPEED AT ROARING CHANGING OF THICKNESS OF LOOSE MATERIAL LAYER

The mathematical model of vibration displacement of a stratum of bulk material of a variable altitude is designed. The slugged properties of a stratum are modeled by a localized mass, delay of a beginning of a stage of flight by a drag coefficient to a separation, and dissipation aloft - tenacious abrasion. The identification is executed on phases of a tear and falling of a stratum.

Скорость вибротранспортирования существенно влияет на эффективность и производительность грохочения [1, 2].

Разработано большое количество математических моделей вибротранспортирования сыпучего материала, обзор которых приведен в работах [3, 4]. Все они получены в предположении о постоянстве высоты слоя транспортируемого материала. При грохочении происходит просеивание, что приводит к уменьшению толщины слоя по длине сита.

Если грохотят тонким слоем (толщина слоя до пяти диаметров крупных частиц), то взаимодействие частиц друг с другом не существенно влияет на их транспортирование, тогда движение слоя моделируют частицей.

Для обеспечения высокой производительности грохочение гораздо чаще выполняют при большой толщине слоя. Применительно к этому случаю модели с переменной высотой слоя отсутствуют, что не позволяет анализировать влияние изменения толщины слоя на скорость вибротранспортирования.

В этой связи цель работы – разработка математической модели, описывающей вибротранспортирование слоя сыпучего материала переменной высоты.

Грохотимые материалы отличаются чрезвычайно широким разнообразием как грансостава, так и физико-механических свойств, влияющих на вибротранспортирование. Учет особенностей материала основывается на таком экспериментальном результате, о который И.Ф. Гончаревич писал [5]: «...в результате изменения свойств транспортируемого груза происходит изменение момента его отрыва от грузонесущего органа; с ухудшением транспортабельности груза отрыв запаздывает. Чрезвычайно важно то обстоятельство, что результат оказывается качественно одним и тем же, независимо от того, чем вызвано изменение транспортабельности груза: изменением ли его липкости, толщины слоя, воздухопроницаемости и т. д. Во всех случаях происходит запазды-

вание отрыва по сравнению с моментом отрыва идеальной материальной частицы. Таким образом, запаздывание (сдвиг фазы) момента отрыва груза от транспортирующей поверхности может являться некоторым интегральным показателем, учитывающим свойства транспортируемого груза».

Запаздывание отрыва И.Ф. Гончаревич [5] учитывает путем введения дополнительной силы пропорциональной силе тяжести, действующей на частицу, а А.Г. Червоненко [6] силой пропорциональной силе инерции. Коэффициенты пропорциональности в обоих случаях определяются экспериментально.

Такие подходы несколько искусственные, ибо сила, препятствующая отрыву, как отмечает сам И.Ф. Гончаревич, зависит от упругих, пластических, адгезионных и других свойств сыпучего материала.

Мы же запаздывание отрыву будем моделировать силой сопротивления отрыву \tilde{F}_y , причем относительно ее природы не будем вводить допущений.

Инерционность сыпучего материала учтем сосредоточенной массой – частицей.

Будем анализировать вибротранспортирование в режиме с подбрасыванием при направленных колебаниях сита в вертикальной плоскости. Такие режимы характерны для грохотов, применяющихся в горной и металлургической промышленности.

Введем две декартовы системы координат xoy и XOY . Первая связана с ситом, а вторая – с неподвижным основанием грохота. Ось x направим вдоль линии наибольшего ската сита, а y направим вверх. Оси XOY проведем в плоскости xoy . При этом ось X ориентируем горизонтально, а Y – вертикально.

Пусть сито наклонено под углом α к горизонту (угол между осями x и X), а сито совершает линейные виброперемещения под углом β к оси x (угол вибрации).

Воспользуемся гипотезой о возможности отдельного рассмотрения продольного и поперечного движения частицы [3]. С учетом принятых допущений уравнения относительного движения частицы по сити имеют вид

$$\begin{aligned} m\ddot{y} &= mA\omega^2 \sin \omega t \sin \beta - mg \cos \alpha - \tilde{F}_y + N, \\ m\ddot{y} &= mA\omega^2 \sin \omega t \sin \beta - mg \cos \alpha - \tilde{F}_y + N, \\ m\ddot{x} &= mA\omega^2 \sin \omega t \cos \beta + mg \sin \alpha + F, \end{aligned}$$

где m – масса частицы, A и ω – амплитуда и круговая частота виброперемещения сита, g – ускорение свободного падения, N – нормальная реакция, F – сила сухого трения:

$$F = \begin{cases} -kN \text{ при } \dot{x} > 0, \\ kN \text{ при } \dot{x} < 0, \\ k_1 N \text{ при } \dot{x} = 0. \end{cases}$$

Здесь k и k_l – коэффициенты трения скольжения и покоя.

Подставляя во второе уравнение $\ddot{y} = 0$, $N=0$, получим зависимость фазы отрыва $\varphi_0 = \omega t$ от A , ω , α , β и \tilde{F}_y

$$A\omega^2 \sin \varphi_0 \sin \beta = g \cos \alpha + f_y, \quad (1)$$

где $f_y = \tilde{F}_y / m$ – удельная сила сопротивления отрыву частицы.

В работе [7] показано, что при грохочении зернистых материалов сила сопротивления, действующая на частицу в полете может быть аппроксимирована вязким трением, зависящем от относительной скорости.

Тогда, дифференциальные уравнения движения частицы при полете имеют вид

$$m\ddot{x} = mA\omega^2 \sin \omega t \cos \beta + mg \sin \alpha - \mu_x \dot{x},$$

$$m\ddot{y} = mA\omega^2 \sin \omega t \sin \beta - mg \cos \alpha - \mu_y \dot{y},$$

где μ_x и μ_y – коэффициенты эквивалентного вязкого трения.

Интегрируя эти уравнения [8], получаем

$$x = C_3 + C_1 e^{-b_x t} + \frac{gt}{b_x} \sin \alpha - M_x \omega (b_x \cos \omega t - \omega \sin \omega t);$$

$$\dot{x} = -C_1 b_x e^{-b_x t} + \frac{g}{b_x} \sin \alpha + M_x \omega^2 (b_x \sin \omega t - \omega \cos \omega t);$$

$$y = C_4 + C_2 e^{-b_y t} - \frac{gt}{b_y} \cos \alpha - M_y \omega (b_y \cos \omega t + \omega \sin \omega t); \quad (2)$$

$$\dot{y} = -C_2 b_y e^{-b_y t} - \frac{g}{b_y} \cos \alpha + M_y \omega^2 (b_y \sin \omega t - \omega \cos \omega t);$$

$$b_y = \frac{\mu_y}{m}; b_x = \frac{\mu_x}{m}; M_x = \frac{A \cos \beta}{\omega^2 + b^2}; M_y = \frac{A \sin \beta}{\omega^2 + b^2};$$

где C_1 , C_2 , C_3 и C_4 – постоянные интегрирования; b_x и b_y – приведенные коэффициенты вязкости.

Будем считать, что при падении сыпучего материала на сито происходит полная потеря импульса. Обоснование такого допущения применительно к гро-

хочению приведено в работе [7].

Таким образом, имеем следующие начальные условия:

$$x = 0; \dot{x} = 0 \quad y = 0; \dot{y} = 0 \quad \text{при } t = t_0,$$

где t_0 – время отрыва частицы от сита.

Используя начальные условия, определим постоянные интегрирования и подставим их в (2), а, также вводя в качестве переменной фазу $\varphi = \omega t$, получим

$$\begin{aligned} x &= L(\varphi_0) - L(\varphi); \\ y &= H(\varphi_0) - H(\varphi); \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$L(\varphi) = -C_1 \exp\left(-\frac{b_x \varphi}{\omega}\right) - \frac{g\varphi}{b_x \omega} \sin \alpha + M_x \omega (b_x \cos \varphi + \omega \sin \varphi);$$

$$C_1 = \frac{1}{b_x} \exp\left(\frac{b_x \varphi_0}{\omega}\right) \left[\frac{g}{b_x} \sin \alpha + M_x \omega^2 (b_x \sin \varphi_0 - \omega \cos \varphi_0) \right];$$

$$H(\varphi) = -C_2 \exp\left(-\frac{b_y \varphi}{\omega}\right) + \frac{g\varphi}{b_y \omega} \cos \alpha + M_y \omega (b_y \cos \varphi + \omega \sin \varphi);$$

$$C_2 = \frac{1}{b_y} \exp\left(\frac{b_y \varphi_0}{\omega}\right) \left[-\frac{g}{b_y} \cos \alpha + M_y \omega^2 (b_y \sin \varphi_0 - \omega \cos \varphi_0) \right];$$

φ_0 – фаза отрыва.

Фаза падения частицы φ_n находится как ближайший к φ_0 корень уравнения

$$H(\varphi_0) - H(\varphi_n) = 0, \quad (4)$$

которое следует из выражения (3) с учетом того, что $y(\varphi_n) = 0$.

Пренебрегаем перемещением частицы на этапе совместного движения с ситом (гипотеза Клокгауза [3]). Тогда, для однократного режима полета средняя скорость вибротранспортирования равна

$$V = (L(\varphi_0) - L(\varphi_n)) / T, \quad (5)$$

где T – период колебания сита.

Функция $L(\varphi)$ зависит от неизвестных величин φ_0 , φ_n , b_x , b_y и f_y , которые в

настоящее время вычислить не удастся, поэтому для их определения воспользуемся экспериментальным методом.

На вибрационном стенде [7] с вертикальными гармоническими колебаниями для слоя сыпучего материала высотой h замерим фазы отрыва φ_o^* , падения φ_n^* и кратность режима. Здесь и далее все величины, относящиеся к вертикальным колебаниям, будем обозначать значком *. Опыты проведем при $A^* = A \sin \beta$ и $\omega^* = \omega$.

Подставив в уравнение (4) φ_o^* и φ_n^* , численным методом при $\alpha = 0$ и $\beta = \pi/2$ определим b .

Из соотношения (1) при $\alpha = 0$ и $\beta = \pi/2$ найдем приведенную силу сопротивления отрыву

$$f_y = A^* \omega^2 \sin \varphi_o^*. \quad (6)$$

Экспериментальная проверка показала, что допустимо принять $b_x = b_y = b^*$ и $f_y = f^*$.

Подставив (6) в уравнение (1) имеем

$$\varphi_o(\alpha, \beta) = \arcsin \left[\frac{g}{A \omega^2 \sin \beta} (\cos \alpha - 1) + \sin \varphi_o^* \right]. \quad (7)$$

Эта формула позволяет определить фазу отрыва при произвольных значениях α и β .

Учитывая (7), их уравнения (4) численным методом определим фазу падения $\varphi_n(\alpha, \beta)$ частицы при углах α и β .

Подставляя найденные значения b^* , $\varphi_o(\alpha, \beta)$ и $\varphi_n(\alpha, \beta)$ в формулу (5), найдем скорость вибротранспортирования при высоте слоя h .

Выполняя описанную процедуру при различных значениях h , получим искомую зависимость скорости вибротранспортирования от высоты слоя сыпучего сырья.

На основе изложенного алгоритма разработана программа «Вибротранспортирование».

Вопрос об устойчивости режима вибротранспортирования решается экспериментально по результатам осциллографирования при замере фаз отрыва и падения [7].

Рассмотрим пример. На рис. 1 приведены экспериментальные результаты по определению фаз отрыва и падения, полученные для железной руды следующего грансостава: 0-2,5 мм (50%); 2,5-5 мм (50%). Здесь и далее указаны доверительные интервалы, соответствующие вероятности 0,95.

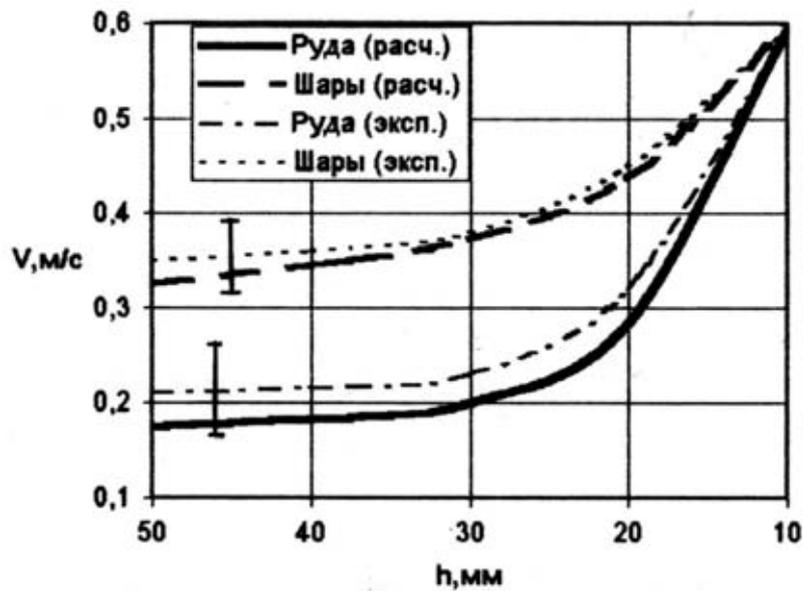


Рис. 1 – Экспериментальное определение фаз отрыва φ_o и падения φ_n для слоя железной руды ($h=50$ мм, $A = 8$ мм, $\omega = 78,54$ рад/с)

Расчетная зависимость скорости вибротранспортирования от высоты слоя сыпучего материала представлена на рис. 2 ($A = 8$ мм, $\omega = 78,54$ рад/с (12,5 Гц), $\alpha = 20^\circ$, $\beta = 30^\circ$). Сплошная линия соответствует железной руде, а пунктирная модельной смеси из полистирольных шариков. Здесь же даны экспериментальные значения, полученные в лабораторных условиях. Расчетные значения находятся в пределах доверительных интервалов, относительная погрешность менее 20%.

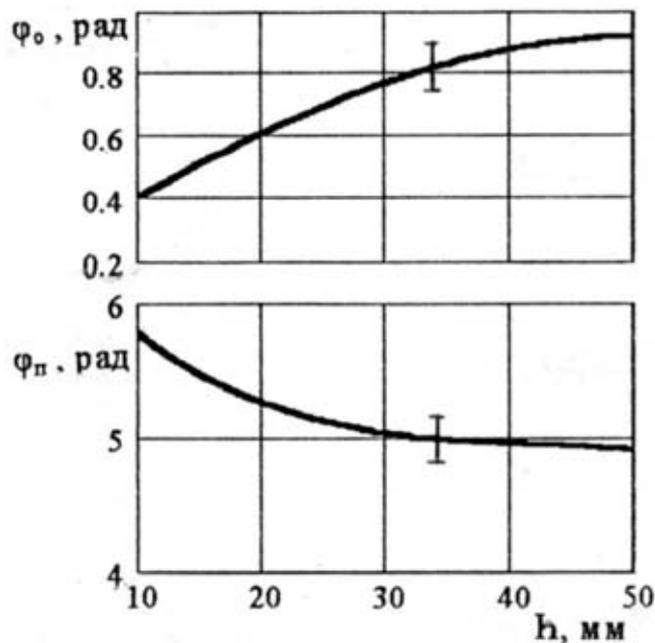


Рис. 2 – Расчетные и экспериментальные зависимости скорости вибротранспортирования V от высоты h слоя сыпучего материала ($A = 8$ мм, $\omega = 78,54$ рад/с)

В результате просеивания высота слоя уменьшается, что приводит к возрастанию скорости вибротранспортирования. При начальной высоте слоя 50 мм скорость вибротранспортирования смеси шариков в 1,86 раза превосходит скорость перемещения руды. По мере уменьшения высоты это отношение уменьшается. При $h = 10$ мм обе кривые стремятся к значению скорости вибротранспортирования одиночной частицы $V_c = 0,598$ м/с.

Если, как это нередко делают, принять, что при движении слоя материала вдоль сита скорость постоянна и равна V_c , то в начальном сечении скорость шариков в 1,86, а руды в 3,42 раза ниже. Следовательно, такое допущение для толстого слоя ведет к неправильному определению времени грохочения, что отрицательно сказывается на эффективности классификации.

С целью представления результатов вычислений аналитически была выполнена их аппроксимация с использованием метода наименьших квадратов. Несмотря на существенное различие физико-механических свойств руды и шариков зависимости скорости их вибротранспортирования от высоты слоя описываются полиномами четвертой степени

$$V_p = 1,385 - 0,114h + 4,125 \cdot 10^{-3} h^2 - 6,675 \cdot 10^{-5} h^3 + 4,042 \cdot 10^{-7} \cdot h^4;$$

$$V_w = 0,94 - 0,047h + 1,517 \cdot 10^{-3} h^2 - 2,3 \cdot 10^{-5} h^3 + 1,333 \cdot 10^{-7} h^4.$$

При этом корреляционное отношение равно единице.

Установлена возможность аппроксимации полиномами четвертой степени и при других параметрах вибровозбуждения, высотах и видах сыпучих материалов.

Таким образом, разработанная математическая модель позволяет анализировать влияние изменения высоты слоя сыпучего материала на скорость вибротранспортирования.

Полученные результаты могут быть использованы при выборе рациональных режимных параметров грохочения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Крюков Б. И. Динамика вибрационных машин резонансного типа. – К.: Наукова думка, 1967. – 210 с.
2. Бауман В. А., Быховский И. И. Вибрационные машины и процессы в строительстве. – М.: Высш. школа, 1977. – 255 с.
3. Блехман И. И., Джанелидзе Г. Ю. Вибрационное перемещение. – М.: Наука, 1964. – 412 с.
4. Вибрации в технике. Т.4 / Под ред. Э. Э. Лавендела, -М.: Машиностроение, 1981. – 509 с.
5. Гончаревич И. Ф. Динамика вибрационного транспортирования. – М.: Наука, 1972. – 244 с.
6. Червоненко А. Г. Научные основы создания горных вибрационных транспортно – технологических машин тяжелого типа: Дис...докт. Тех. наук: 05.05.06. – Днепропетровск, 1985. – 488 с.
7. Надутый В. П. Лапшин Е. С. Модельное представление виброперемещения сыпучего материала по ситы грохота // Вибрации в технике и технологии. – 2001 - №2(18). – С. 46 - 49.
8. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. – М.: Наука, 1974. – 832 с.